

**MALU  
2013**

C3

*mate-  
matiikan  
opetuksen  
tutkimus*

7.11.  
2013

**»Kieleni rajat ovat  
maailmani rajat«**

**Oppimisympäristön käytettävyys  
luomassa matemaattista kieltä**

Hannu Tiitu & Antti Rasila

**A?**

Aalto-yliopisto

# *Oppimisympäristöt Aallon matematiikan opetuksessa*



Perus-  
kurssit

*Auto-  
maattisesti  
tarkastetut  
laskuharjoi-  
tukset*

versio  
**1.€**

versio  
**2.0**

AVLE

Moodle

versio  
**3.0**

**STACK**

*Support  
Successful  
Student  
Mobility with  
MUMIE*

**MUMIE**

*EU-  
projekti  
**S3M2***

*With the  
support of the  
Lifelong Learning  
Programme of  
the European  
Union*



**S3M2**

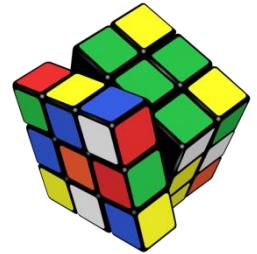
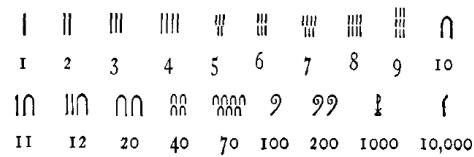
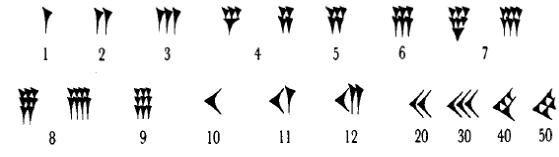
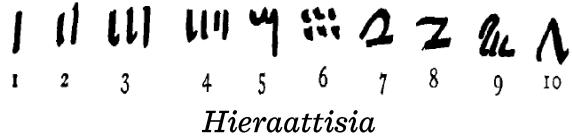


# *Aikaisempi tutkimus*





# Symbolit, merkinnät, kehitys



(1, 2, 3) (1, 3, 2)  
(2, 1, 3) (2, 3, 1)  
(3, 1, 2) (3, 2, 1)

Käsitteiden  
havainnollistaminen

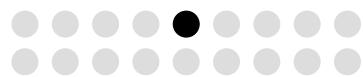
- 1, 2, 3, ...
- ..., -2, -1, 0, 1, 2 ...
- 2,  $\frac{2}{3}$ , 1.21     $-e$ ,  $\sqrt{2}$ , 3,  $\pi$
- $2, i, -2 + 3i, 2e^{i\frac{4\pi}{3}}$

Käytännöllinen esitytapa edistää käsitteen laajentumista

Käytännölliset  
esitystavat  
jäävät elämään,  
käyttö ja media!

# *Pois kirjojen matematiikasta?*





# Décomposition de $K_{16}$ en Trois Graphes Planaires

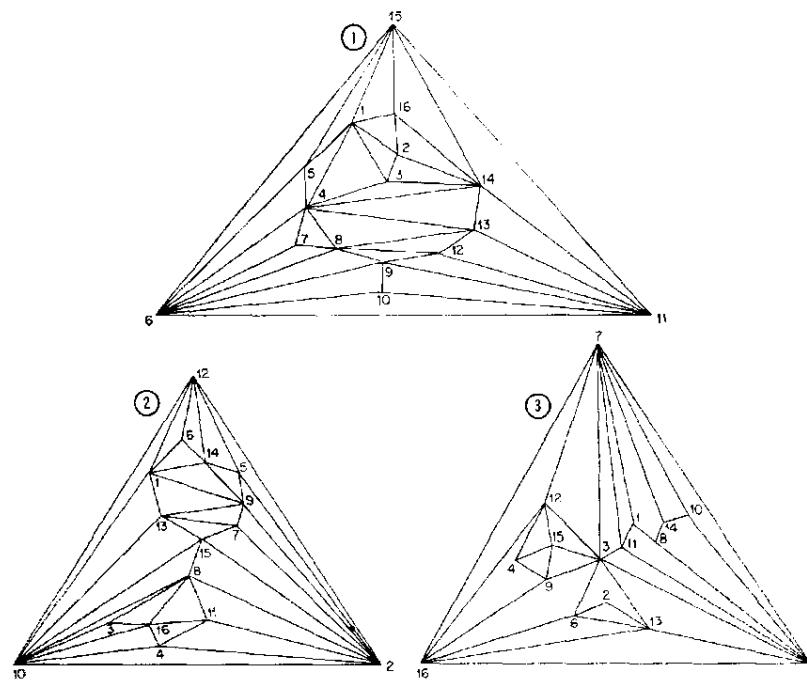
J. MAYER

*“Le Sully”, Montpellier, France*

*Communicated by Frank Harary and W. T. Tutte*

Received December 3, 1971

$$\theta(K_{16}) = 3$$





# *Käyttökelpoisuus*



***Käyttökelpoisuus***

Toiminnallinen  
hyödyllisyys

Peda-  
goginen  
käytettä-  
vyys

Tekninen  
käytettä-  
vyys



*Käytettävyyden  
osatekijöitä*



# *Millista on hyvä käytettävyys?*





# Nielsenin 10 *heuris- tiikkaa*

Palvelun  
tilan näke-  
minen

Vastaan  
käyttäjän  
kontekstia

Käyttäjän  
hallinta ja  
vapaus

Johdon-  
mukaisuus  
ja standar-  
dit

Opastus  
ja  
ohjeistus

Virheiden  
käsittely

Esteet-  
tisyys,  
minima-  
listisuus

Joustavuus  
ja  
tehokkuus

Tunnista-  
minen ennen  
muista-  
mistaa

Virheiden  
estäminen



# *Tutkimuskohde: automaattinen tarkastaminen*



# Tarkastaminen ja palaute: käytettävyys paranee

Anna luvun 33 käänteisluku.  
(Anna vastaus murtolukuna, esimerkiksi luku puoli kirjoitetaan 1/2.)

Vastaus:

Your last answer was interpreted as follows:

-33

**Check**

Vastaus on väärin.

Annoit vastaluvun, joka on eri asia kuin käänteisluku. Yritä uudelleen!



- 1
- 2
- 3



# Matematiikan kirjoittamisen haaste

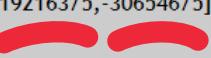
## Kysymys 2

Laske  $A^5 = AAAAA$  diagonalisoinnin  $A = PDP^{-1}$  avulla muodossa  $A^5 = PD^5P^{-1}$ , kun

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}.$$

Tarvitset tässä tehtävässä ominaisvektoreita, joten valitse myös oikea pari ominaisvektoreita matriisille  $A$  annetusta listasta.

Olet tehnyt seuraavat yritykset tehtävän ratkaisemiseksi.

Muokkaamaton vastaus	Toiminta	Käypä	Vastaus	Alustavat pisteet	Rangaistus	Palaute	Vastauksen kommentti
[1,matrix([192163/5,-306546/5],[-61310,130396])]	mark	true	$1, \begin{pmatrix} \frac{192163}{5} & \frac{-306546}{5} \\ -61310 & 130396 \end{pmatrix}$	0.5000000	0.1000000	Ominaisvektorit ovat oikein. $A^5$ on laskettu väärin.	
[1,matrix([192163/5,-306546/5],[-61310,130396])] 	validate	true	$1, \begin{pmatrix} \frac{192163}{5} & \frac{-306546}{5} \\ -61310 & 130396 \end{pmatrix}$	0.5000000	0.1000000	Ominaisvektorit ovat oikein. $A^5$ on laskettu väärin.	
[1,matrix([38432.6,-61269.2],[-61310,130396])] 	validate	false	$1, \begin{pmatrix} 38432.6 & -61269.2 \\ -61310 & 130396 \end{pmatrix}$	0.0000000	0.0000000	Vastauksesi sisältää liukulukuja, jotka eivät ole sallittuja tässä tehtävässä. Syötä nämä arvot tarkkoina arvoina murtolukuina tai erikoisfunktioiden avulla (sqrt,ln, jne.).	Illegal_floats
[1,matrix([38432,6,-61269,2],[-61310,130396])] 	validate	false	[1,matrix([38432,6,-61269,2], [-61310,130396])]	0.0000000	0.0000000	All matrix rows are not of the same length.	CAS error



Ratkaise yhtälö  $(x^2 - 5 \cdot x - 9)^2 = (x^2 - 3 \cdot x - 2)^2$ . Vastaukseksi tulee kolme  $x$ :n arvoa (joista jotkut tai kaikki voivat olla yhtä suuria).

Huom! Esimerkiksi luku  $\frac{1+\sqrt{2}}{3}$  syötetään kirjoittamalla  $(1+sqrt(2))/3$ .

$x_1 = (1+sqrt(2)) /$

$x_2 =$

$x_3 =$

Your last answer was interpreted as follows:  $(1+sqrt(2)) /$

This answer is invalid.

'/' is an invalid final character in  $(1+sqrt(2)) /$

2

1

3



Your last answer was interpreted as follows:

$$\frac{1 + \sqrt{2}}{3}$$

4

# Tutkimuskohde: virheiden analysointi





# Käsitteiden perinteinen esittäminen

MUMIE - Multimedia Math Education

Start page · Courses · Terms of use · Imprint · Facebook      Not logged in · Login · ☰ · ☱

Courses > AALTO > Bridging course > Derivative > Derivative > Definition

- + **Lec** Numbers
- + **Lec** Powers and roots
- + **Lec** Polynomials
- + **Lec** Equations
- + **Lec** Polynomial equations
- + **Lec** Root equations
- + **Lec** Absolute value equations
- + **Lec** Systems of equations

## Definition

## Derivative

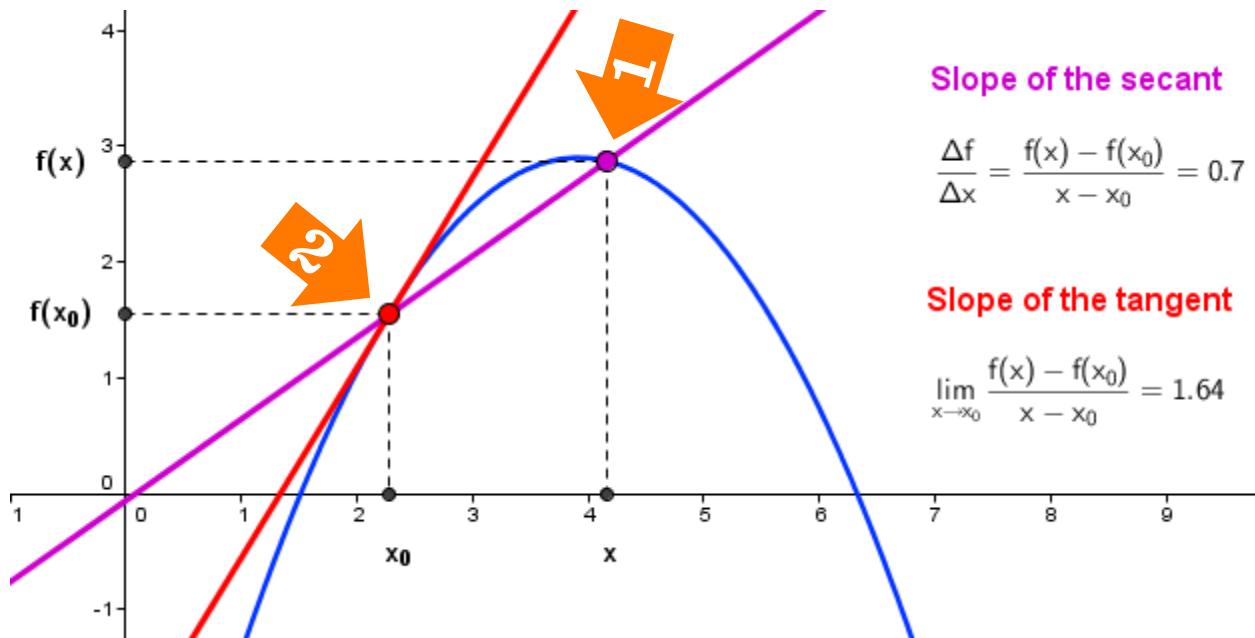
The derivative of a function  $f$  is denoted by  $f'(x)$  or  $Df(x)$ . The derivative at a given point can be described geometrically as the slope of the tangent line at the point  $(x, f(x))$ . However, it is often more useful to use the definition for *the limit of the difference quotient*:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}.$$

This definition allows us to define the concept of *differentiability*, which describes the best linear approximation of the function at a given point.

Using the limit of the difference quotient many rules have been derived. This makes computing the derivative a fairly mechanical operation.

# Visuaalisuus, dynaamisuus



# Tulevaisuus



**Tietokone**

*Visualisointi*

*Automaatisointi*

*Kokeileminen*

*Vähemmän esim. todistamista*

*Matematiikan työtavat muuttumassa*

*Numeeriset menetelmät*

***Käytettävyys***

***Kohti uudenlaista käsitteiden rakentamista***